Stochastische Analysis und Mathematical Finance

Übungsblatt 3

Abgabe: Donnerstag, 02. Mai, 12:00 Uhr, Postkasten E14.

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass die vorhersagbare σ-Algebra $\mathfrak{L}$ durch die stochastischen Intervalle

$$(\sigma, \tau] \triangleq \big\{(t, \omega) \in (0, T] \times \Omega : \sigma(\omega) < t \leq \tau(\omega)\big\}, \quad \sigma, \tau \text{ Stoppzeiten mit } \sigma \leq \tau \leq T$$

erzeugt wird.

Aufgabe 2
Zeigen Sie, dass jeder vorhersagbare Prozess X adaptiert ist.
Hinweis: Benutzen Sie Monotone Klassen.

Aufgabe 3
Sei A stetig, adaptiert und wachsend. Weiter sei H integrierbar bezüglich A. Zeigen Sie, dass der stochastische Integral Prozess $H \bullet A$ stetig, adaptiert und von endlicher Variation ist.
Hinweis: Benutzen Sie dominierte Konvergenz für die Stetigkeit und Monotone Klassen für die Adaptiertheit.

Aufgabe 4
Seien A und B stetige, adaptierte Prozesse von endlicher Variation mit $A(0) = B(0) = 0$. Beweisen Sie die folgende partielle Integrationsregel:

$$A(t)B(t) = A \bullet B(t) + B \bullet A(t) \qquad \text{für alle } t \in [0, T].$$

Hinweis: Betrachten Sie zunächst den Fall, wenn A und B monoton wachsend sind.