

# Stochastische Analysis und Mathematical Finance

## Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 16. Mai, 13:45 Uhr, Postkasten E14.

### Aufgabe 1

Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass in einem endlichen Finanzmarkt  $S$  der Preis

$$C(t) \triangleq S^0(t) \mathbb{E}_t^{\mathbb{P}} \left[ \frac{C(T)}{S^0(T)} \right], \quad t = 0, 1, \dots, T,$$

einer Option  $C(T)$  zu Arbitragemöglichkeiten im erweiterten Finanzmarkt  $(S, C)$  führen kann.

### Aufgabe 2

Sei  $S = S^0$  ein endlicher Finanzmarkt mit  $d = 0$  und  $S^0(t) = 1$  für alle  $t = 0, 1, \dots, T$ . Sei weiter  $C(T)$  eine Option. Berechnen Sie den Ask Preis von  $C(T)$ .

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass jeder vorhersagbare Prozess  $X = \{X(t)\}_{t \in [0, T]}$  adaptiert ist.

*Hinweis:* Benutzen Sie Monotone Klassen.

### Aufgabe 4

Sei  $A$  stetig, adaptiert und wachsend. Weiter sei  $H$  integrierbar bezüglich  $A$ . Zeigen Sie, dass der Stieltjes Integral Prozess  $H \bullet A$  stetig und adaptiert ist.

*Hinweis:* Benutzen Sie dominierte Konvergenz für die Stetigkeit und Monotone Klassen für die Adaptiertheit.