

Arbitrage und Arbitrageschränken

Tutorium
Stochastische Analysis und Mathematical Finance
03. Mai 2017



Was war nochmal...



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?
- ... ein amerikanischer Call?



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?
- ... ein amerikanischer Call?
- ... ein Payoff-Diagramm?



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?
- ... ein amerikanischer Call?
- ... ein Payoff-Diagramm?
- ... eine Put Option?



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?
- ... ein amerikanischer Call?
- ... ein Payoff-Diagramm?
- ... eine Put Option?
- ... Arbitrage?



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?
- ... ein amerikanischer Call?
- ... ein Payoff-Diagramm?
- ... eine Put Option?
- ... Arbitrage?
- ... eine Nullkuponanleihe?



Was war nochmal...

- ... eine europäische Call Option?
- ... ein amerikanischer Call?
- ... ein Payoff-Diagramm?
- ... eine Put Option?
- ... Arbitrage?
- ... eine Nullkuponanleihe?
- ... die Put-Call Parität?



Arbitrageschranken für den amerikanischen Put

Sei C^a der Preis eines **amerikanischen Calls** und sei P^a der Preis eines **amerikanischen Puts** mit Laufzeit T und Strike K .



Arbitrageschranken für den amerikanischen Put

Sei C^a der Preis eines **amerikanischen Calls** und sei P^a der Preis eines **amerikanischen Puts** mit Laufzeit T und Strike K .

Behauptung

Sei $p(t, T) < 1$ für alle $t \in [0, T]$. Dann gilt die Put-Call Ungleichung

$$C^a(t) - S(t) + Kp(t, T) \leq P^a(t) \leq C^a(t) - S(t) + K, \quad t \in [0, T].$$

Außerdem gilt

$$P(t) \leq P^a(t) \leq P(t) + K(1 - p(t, T)), \quad t \in [0, T].$$

Call-Preise für unterschiedliche Strikes

Seien C_1, C_2 und C_3 die Preise dreier europäischer Calls mit Laufzeit T und Strikes $K_1 < K_2 < K_3$, so dass

$$K_3 - K_2 = K_2 - K_1.$$



Call-Preise für unterschiedliche Strikes

Seien C_1, C_2 und C_3 die Preise dreier europäischer Calls mit Laufzeit T und Strikes $K_1 < K_2 < K_3$, so dass

$$K_3 - K_2 = K_2 - K_1.$$

Behauptung

Es gilt die folgende Ungleichung:

$$C_2(t) \leq \frac{1}{2}[C_1(t) + C_3(t)], \quad t \in [0, T].$$

Angenommen, die Aktie S zahlt zum Zeitpunkt $t_1 < T$ eine Dividende $D > 0$.



Angenommen, die Aktie S zahlt zum Zeitpunkt $t_1 < T$ eine Dividende $D > 0$.

Behauptung

Es gilt folgende Put-Call Parität:

$$C(t) + Kp(t, T) = P(t) + S(t) - Dp(t, t_1), \quad t \in [0, t_1].$$