Prof. Dr. Frank Seifried
Dr. Christoph Belak

Universität Trier
Sommersemester 2017

Stochastische Analysis und Mathematical Finance

Übungsblatt 6

Abgabe: Mittwoch, 31. Mai, 14:15 Uhr, Postkasten E14.

Aufgabe 1
Seien A und B stetige, adaptierte Prozesse von endlicher Variation mit $A(0) = B(0) = 0$. Beweisen Sie die folgende partielle Integrationsregel:

$$A(t)B(t) = A \bullet B(t) + B \bullet A(t) \qquad \text{für alle } t \in [0, T].$$

Hinweis: Argumentieren Sie pfadweise. Betrachten Sie zunächst den Fall, wenn A und B monoton wachsend sind.

Aufgabe 2
Sei M ein lokales Martingal mit

$$\mathbb{E}\left[\sup_{t\in[0,T]} |M(t)|^p\right] < \infty \qquad \text{für ein } p \in [1, \infty).$$

Zeigen Sie, dass M ein Martingal ist.

Aufgabe 3
Sei M ein lokales Martingal mit $M(0) = 0$ und $\langle M\rangle(t) = 0$, $t \in [0, T]$. Zeigen Sie, dass $M(t) = 0$, $t \in [0, T]$.

Aufgabe 4
Sei $M = \{M(t)\}_{t=0,\ldots,T}$ ein diskretes lokales Martingal mit

$$\mathbb{E}[M(t)^-] < \infty \qquad \text{für alle } t \in \{0, \ldots, T\}.$$

Zeigen Sie, dass M ein echtes Martingal ist.