

Stochastische Analysis und Mathematical Finance

Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, 03. Mai, 14:15 Uhr, Postkasten E14.

Aufgabe 1

Ein binärer Call (bzw. Put) zahlt einen festen Betrag $\alpha > 0$ zum Zeitpunkt $T > 0$, falls $S(T) \geq K$ (bzw. $S(T) < K$) für den Strikepreis $K > 0$ gilt. Leiten Sie eine Put-Call-Parität für binäre Calls und Puts her.

Aufgabe 2

Angenommen, Sie erhalten die folgenden Preisangaben zu verschiedenen Optionen auf eine Aktie S mit Strike K und Laufzeit T :

$$C(t) = 11,42 \text{ €}, \quad P(t) = 3,94 \text{ €}, \quad P^a(t) = 5,67 \text{ €}.$$

Die risikolose Zinsrate zwischen t und T beträgt 2% und der Aktienpreis zum Zeitpunkt t ist gegeben durch $S(t) = 67,13 \text{ €}$. Gibt es in diesem Markt eine Arbitragemöglichkeit? Falls ja, wie sieht die Arbitragemöglichkeit aus?

Aufgabe 3

Sei $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbb{P})$ ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum und sei \mathfrak{F} eine Teil- σ -Algebra von \mathfrak{A} mit zugehöriger Partition \mathfrak{P} . Zeigen Sie, dass eine Zufallsvariable X genau dann \mathfrak{F} -messbar ist, wenn X auf jedem $P \in \mathfrak{P}$ konstant ist.

Aufgabe 4

Sei $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und sei $\mathfrak{G} \subset \mathfrak{A}$ eine \mathbb{P} -triviale Teil- σ -Algebra. Zeigen Sie, dass für jede \mathfrak{G} -messbare Zufallsvariable X ein $\alpha \in \mathbb{R}$ existiert, so dass $X = \alpha$ fast sicher.