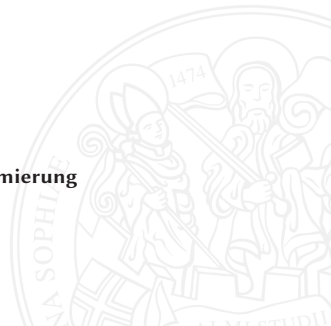


## Die Viskositätseigenschaft der Wertfunktion

**Stochastische Kontrolltheorie und Optimierung**



## Theorem 5.22 (Viskositätseigenschaft der Wertfunktion)

Angenommen, es existiert eine Lyapunov Funktion  $\Psi_{\mathcal{V}}$  für  $\mathcal{V}$ , die Mengen  $\mathbb{H}^+$  und  $\mathbb{H}^-$  sind nicht-leer, die Hamilton Funktion  $H$  ist endlich und stetig und  $f$  ist gleichmäßig stetig. Dann gilt

$$\mathcal{V}(t, x) = \mathbb{V}^+(t, x) = \mathbb{V}^-(t, x) \quad \text{für alle } (t, x) \in \overline{\mathcal{T}} \times \mathcal{O}$$

und  $\mathcal{V}$  ist die eindeutige, stetige Viskositätslösung der HJB Gleichung (5.1) in der Menge aller lokal beschränkten Funktionen  $w : \overline{\mathcal{T}} \times \mathcal{O} \rightarrow \mathbb{R}$  mit Randwert  $w_*(T, \cdot) = w^*(T, \cdot) = g$  auf  $\mathcal{O}$  und Lyapunov Funktion  $\Psi_{\mathcal{V}}$ .

## Theorem 5.23 (Bellman Prinzip)

Unter den Annahmen von Theorem 5.22 gilt das Bellman Prinzip, d.h. für alle  $(t, x) \in \bar{T} \times \mathcal{O}$  und jede  $\bar{T}_t$ -wertige Stopzeit  $\tau$  gilt

$$\mathcal{V}(t, x) = \sup_{\nu \in \mathcal{A}(t, x)} \mathbb{E} \left[ \int_t^\tau f(X_{t,x}^\nu(r), \nu(r)) dr + \mathcal{V}(\tau, X_{t,x}^\nu(\tau)) \right].$$

