

Stochastische Kontrolltheorie und Optimierung

Übungsblatt 1

Präsentation der Ergebnisse: Mittwoch, 09. November

Aufgabe 1

Formulieren Sie für eines der folgenden Problemstellungen ein klassisches stochastisches Steuerungsproblem. Beachten Sie dabei folgende Fragestellungen:

- Durch welchen stochastischen Prozess kann das zugrundeliegende System modelliert werden?
- Wie kann dieser Prozess durch den Optimierer beeinflusst werden?
- Was ist das Optimierungskriterium?

Ihr Ziel sollte es sein, dass Problem möglichst realistisch zu modellieren, ohne dass das Modell übermäßig kompliziert wird.

Problem 1 (Optimales Aufladen einer Flotte von Elektroautos)

Eine Autovermietung muss ihre Flotte von Elektroautos über Nacht aufladen. Da ein sehr großes Unternehmen hinter der Vermietung steht, kann der Strom direkt vom Erzeuger bezogen werden. Der Strompreis ist deswegen nicht vorher festgelegt, sondern fluktuiert im zeitlichen Verlauf stochastisch um einen deterministischen Mittelwert. Die Vermietung kann wählen, wie viele Autos wann und mit welcher Intensität aufgeladen werden. Die Autos müssen bis zum nächsten Morgen komplett aufgeladen sein. Das Ziel ist es, den Aufladevorgang möglichst billig zu gestalten.

Problem 2 (Optimale Vorbereitung auf einen Triathlon)

Ein Triathlet bereitet sich auf den nächsten Ironman Triathlon auf Hawaii vor und versucht durch eine Optimierung des Trainingsplans die erwartete Gesamtzeit zu minimieren. Der Sportler kann zwischen Schwimm-, Fahrrad- und Lauftraining sowie Regenerationspausen wählen, um die Gesamtzeit zu verbessern. Da die Gesamtzeit allerdings auch von Einflüssen wie zum Beispiel der Tagesform, Witterungsbedingungen und der Ernährung abhängt, unterliegt die Gesamtzeit stochastischen Schwankungen.

Problem 3 (Impact Investment)

Einem Investor präsentieren sich verschiedene Investmentmöglichkeiten in Form von Aktien. Der Investor legt großen Wert darauf, nur Geld in Unternehmen zu investieren, die einen positiven sozialen und ökologischen Impact auf die Gesellschaft haben. Dafür sei angenommen, dass jedem Unternehmen aus dem Investmentpool eine Impact-Kennzahl zugeordnet werden kann, die umso größer ist, je größer der Impact des Unternehmens ist. Der tatsächliche Impact der Unternehmen schwankt dann stochastisch um diese Impact-Kennzahl. Der Investor kann nun zu jedem Zeitpunkt entscheiden, in welchen Anteilen sein Gesamtvermögen auf die verschiedenen Investmentmöglichkeiten aufgeteilt werden soll. Gegeben einer solchen Strategie ergibt sich dann der Impact der Investmentstrategie als das nach diesen Anteilen gewichtete Mittel der tatsächlichen Impacts der Unternehmen. Das Ziel des Investors ist es, sein Vermögen zu einem festen Zeitpunkt in der Zukunft zu maximieren, ohne dass dabei der Impact seiner Investmentstrategie unter ein gegebenes Level fällt.

Problem 4 (Dividendenmaximierung im Versicherungsunternehmen)

Die zeitliche Entwicklung der Kapitalreserven eines Versicherungsunternehmens hängt von drei Komponenten ab: Einnahmen durch Versicherungsprämien, Ausgaben durch Zahlungen in Schadensfällen und Auszahlungen durch Dividendenzahlungen. Die Versicherungsprämien liefern sichere Einnahmen mit einer festen Rate pro Zeiteinheit. Schadensfälle treten zu zufälligen Zeitpunkten auf und führen zu zufälligen Schadenshöhen. Die Rate, mit der Dividenden ausgezahlt werden, kann vom Versicherungsunternehmen frei bestimmt werden. Das Unternehmen kann nur Dividenden zahlen, bis es bankrott geht, also bis zum ersten Mal, dass die Kapitalreserven auf oder unter Null fallen. Das Ziel des Unternehmens ist es, die erwarteten diskontierten Dividendenzahlungen bis zum Bankrott zu maximieren.